

دوست مازی من! سلام

به جمع دوپینگی‌های کنکور ۹۹ خوش اومدی! تو این دوره قراره کل نکات ریاضی رو به شکل تست در کمترین حجم با صرف کمترین زمان و انرژی مرور کنیم. میخام براتون توضیح بدم که چطوری از دوره دوپینگ استفاده کنید:



۱- اگر A مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۵۴ و B مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۳۶ باشد تعداد اعضای مجموعه‌ای که فقط شمارنده یکی از این دو عدد است چقدر است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

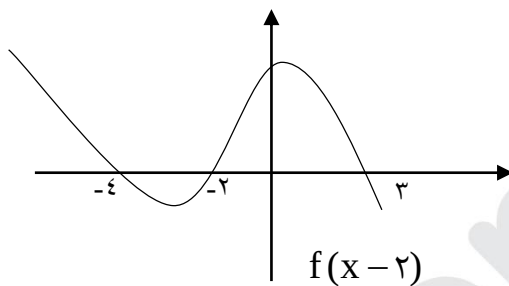
۲- اگر $30^\circ < x < 105^\circ$ باشد و $\sin 2x = \frac{-2m+4}{m+1}$ باشد، حدود m کدام است؟

- (۱) $(1, 3)$ (۲) $(3, 5)$ (۳) $(1, 3)$ (۴) $(1, 3)$

۳- در بازه (a, b) نمودار تابع $y = -x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$ ، بالاتر از نمودار تابع $y = 2x + |x|$ است. بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۴- شکل رو به رو نمودار تابع $f(x-2)$ است. دامنه تابع با ضابطه $\sqrt{(x-1)f(x)}$ کدام است؟



- (۱) $[-6, -4] \cup \{1\}$ (۲) $[-6, -4] \cup [0, 1]$
(۳) $[-4, -2] \cup [1, 3]$ (۴) $[-4, -2] \cup [0, 3]$

۵- در ظرفی ۲ مهره سفید و ۳ مهره سیاه وجود دارد. با افزایش n مهره سفید به ظرف احتمال اینکه از ۲ مهره ای که خارج می کنیم یکی سفید و یکی سیاه باشد $\frac{1}{10}$ کاهش می یابد، n کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۶- خطی که از نقطه‌ی $A(-1, 4)$ می‌گذرد و بر خط گذرنده از نقاط $B(5, 0)$ و $C(3, -2)$ عمود است، محور x ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

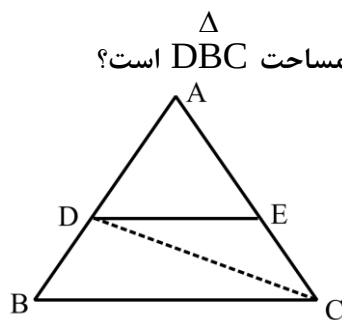
- (۱) -1 (۲) 1 (۳) 3 (۴) -3



۷- به ازای چند مقدار صحیح و مثبت m معادله $(m-2)x - 4\sqrt{x} + m + 1 = 0$ فقط یک جواب برای x دارد؟
 (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

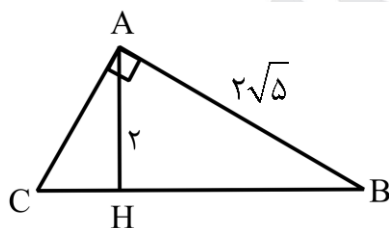
۸- شخصی در جواب سوالی که در مورد سنش پرسیده شده بود، جواب داد: "۱۰ سال بعد، سن من توان دوم سنی خواهد بود که ۲۰ سال پیش داشتم"، سن این شخص چقدر است؟
 (۱) ۳۹ (۲) ۳۲ (۳) ۲۶ (۴) ۱۵

۹- در دوزنقه متساوی الساقین $ABCD$ ، نقاط M و N وسط ساق‌ها هستند و قاعده کوچک برابر ۶ و $MN = ۹$ و ارتفاع دوزنقه ۴ است. محیط مثلثی که از امتداد ساق‌ها و بیرون دوزنقه متساوی الساقین به وجود می‌آید کدام است؟
 (۱) ۱۰ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۲۶



۱۰- اگر در شکل مقابل، $BC \parallel DE$ و $\frac{AE}{EC} = \frac{7}{3}$ باشد، مساحت $\triangle DEC$ چند درصد مساحت $\triangle DBC$ است؟
 (۱) ۳۰ (۲) ۴۹ (۳) ۶۴ (۴) ۷۰

۱۱- در مثلث قائم الزوایه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، ارتفاع AH را رسم می‌کنیم. اگر $AB = 2\sqrt{5}$ و $AH = 2$ باشد نسبت فواصل نقطه H از دو ضلع مثلث قائم الزوایه چقدر است؟



(۱) $\sqrt{5}$ (۲) ۲

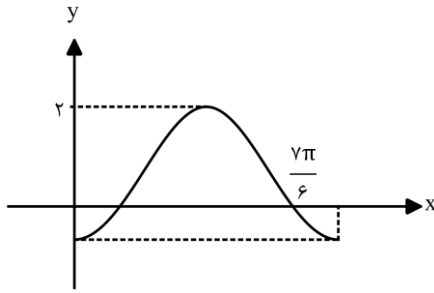
(۳) $2\sqrt{5}$ (۴) ۴

۱۲- اگر $\tan \alpha = 0/4$ باشد، حاصل $\frac{\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha) - 2\cos(11\pi - \alpha)}{\sin(\alpha - \pi) - 2\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}$ کدام است؟

(۱) $\frac{5}{12}$ (۲) $-\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $-\frac{5}{8}$

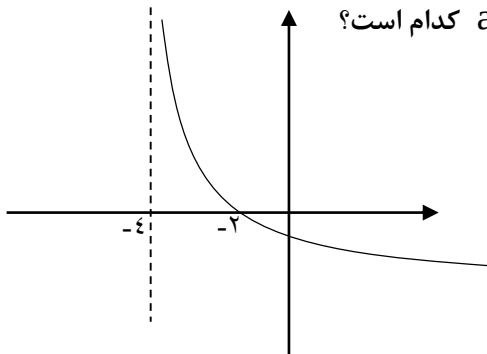


۱۳- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $f(x) = a \sin(x - b)$ را نشان می‌دهد. با فرض این که $0 < b < \pi$, $a > 0$ باشد کدام است؟



- (۱) ۱
(۲) -۱
(۳) $\sqrt{3}$
(۴) $-\sqrt{3}$

۱۴- نمودار تابع $y = a - \log_2(x + b)$ به صورت مقابل است، مقدار $a - b$ کدام است؟



- (۱) ۲
(۲) -۲
(۳) ۳
(۴) -۳

۱۵- اگر $3^{2x-3y} \times 9^{x+2y} = \left(\frac{1}{27}\right)^{-6}$ باشد، حاصل $\log_4(y - x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) ۱
(۳) $\frac{3}{2}$
(۴) ۳

۱۶- به ازای کدام مقدار a تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{6}{x} & 0 < x < a \\ 5 - x & a \leq x \end{cases}$ همواره پیوسته است؟

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۲ یا ۳
(۴) هیچ مقدار a

۱۷- دو سکه و یک تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال این که لااقل یکی از پیشامدهای (فقط یک سکه «رو» یا (عدد تاس بزرگتر از ۲ باشد) اتفاق بیافتد کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$
(۲) $\frac{5}{6}$
(۳) $\frac{5}{8}$
(۴) $\frac{1}{3}$



۱۸- اگر احتمال وقوع A یا B برابر $\frac{۰}{۶۸}$ و احتمال وقوع A برابر $\frac{۰}{۵۲}$ باشد، آن گاه احتمال وقوع B' به شرط وقوع A' برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{۱}{۲}$ (۲) $\frac{۱}{۳}$ (۳) $\frac{۱}{۶}$ (۴) $\frac{۲}{۳}$

۱۹- اگر ۱۲ داده‌ی آماری را دو برابر کرده و سپس ۵ واحد از هر کدام کم کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید، $\frac{۳}{۵}$ برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی می‌شود. مجموع داده‌های قبلی کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۲۱ (۳) ۳۵ (۴) ۴۲

۲۰- اگر $g(x) = \frac{۳}{۳-x}$ ، $g(f(x)) = \frac{۲}{x+۳}$ مقدار $f(۲)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{۷}{۲}$ (۲) $\frac{۹}{۲}$ (۳) $\frac{۷}{۲}$ (۴) $-\frac{۹}{۲}$

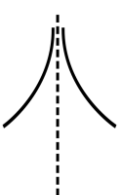
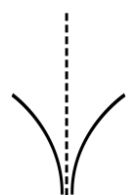
۲۱- ضابطه وارون تابع $y = x^2 + ۴x + ۳$ با شرط $x \leq -۲$ کدام است؟

- (۱) $-۲ - \sqrt{-x-۱}$; $x \leq -۱$ (۲) $-۲ - \sqrt{x+۱}$; $x \geq -۱$ (۳) $-۲ + \sqrt{-x-۱}$; $x \leq -۱$ (۴) $-۲ + \sqrt{x+۱}$; $x \geq -۱$

۲۲- جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $۲\sin^2 x + ۳\cos x = ۰$ ، کدام است؟

- (۱) $۲k\pi \pm \frac{۲\pi}{۳}$ (۲) $۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$ (۳) $۲k\pi \pm \frac{۵\pi}{۶}$ (۴) $k\pi - \frac{\pi}{۳}$

۲۳- نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2 - ۵x + ۶}{x^2 - ۴x + ۴}$ در همسایگی خط $x = ۲$ چگونه است؟

- (۱)  (۲)  (۳)  (۴) 



۲۴- اگر حد کسر $\frac{ax - \sqrt{6x + 4}}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}$ وقتی $x \rightarrow +\infty$ برابر ۲ باشد، آنگاه حد این کسر وقتی $x \rightarrow 2^-$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $-\frac{5}{4}$ (۴) -۱

۲۵- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 2 & ; x > -2 \\ x^3 & ; x \leq -2 \end{cases}$ در نقطه $x = -2$ مشتق پذیر باشد، a کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{7}{2}$ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) $-\frac{7}{2}$

۲۶- اگر $f(x) = (x^2 + 3x - 4)(x + \sqrt{x})$ باشد، $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ برابر کدام گزینه است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۶ (۴) ۱۰

۲۷- اگر تابع f در $x = 4$ مشتق پذیر و $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) + 5}{x - 4} = -1$ باشد، آنگاه مشتق $\frac{f(2x)}{x}$ در $x = 2$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۲۸- نقاط بحرانی بر روی نمودار تابع $f(x) = (2x - 4)|x^2 - x - 2|$ سه رأس مثلثی هستند، مساحت این مثلث کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶

۲۹- بیشترین مقدار تابع $f(x) = \frac{1}{x^4 - 2x^2 + 2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

۳۰- در یک مخروط قائم حاصل جمع ارتفاع و قطر قاعده ۱۲ می باشد. اگر حجم مخروط بیشینه باشد، ارتفاع مخروط چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) $\sqrt{6}$



۱- اگر A مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۵۴ و B مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۳۶ باشد تعداد اعضای مجموعه‌ای که فقط شمارنده یکی از این دو عدد است چقدر است؟

۶ (۴)

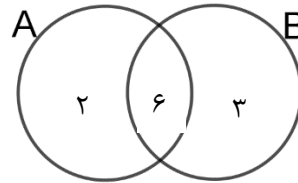
۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

مل : گزینه ۳ صحیح است .

$$\left. \begin{aligned} 54 &= 2^1 \times 3^3 \rightarrow 2 \times 4 = 8 && \text{مقسوم علیه دارد} \\ 36 &= 2^2 \times 3^2 \rightarrow 3 \times 3 = 9 && \text{مقسوم علیه دارد} \\ 18 &= 2^1 \times 3^2 \rightarrow 3 \times 2 = 6 && \text{مقسوم علیه دارد} \end{aligned} \right\}$$



$$n(A - B) + n(B - A) = 5$$

۲- اگر $30^\circ < x < 105^\circ$ باشد و $\sin 2x = \frac{-2m+4}{m+1}$ باشد، حدود m کدام است؟

(۱, ۳] (۴)

(۱, ۳) (۳)

[۳, ۵) (۲)

[۱, ۳) (۱)

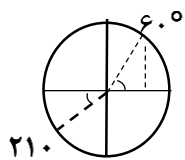
گزینه ۱ صحیح می باشد.

حدود کمان مثلثاتی را باید به دست آوریم:

$$30^\circ < x < 105^\circ \rightarrow 60^\circ < 2x < 210^\circ$$

در بررسی مقادیر نسبت مثلثاتی دایره رسم می نماییم و نقاط مرزی دایره را نیز حتما بررسی می کنیم.

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2} < \frac{-2m+4}{m+1} \leq 1 &\rightarrow -\frac{1}{2} < -2 + \frac{6}{m+1} \leq 1 \\ \frac{3}{2} < \frac{6}{m+1} \leq 3 &\rightarrow \frac{1}{3} \leq \frac{m+1}{6} < \frac{2}{3} \times 6 \rightarrow 2 \leq m+1 < 4 \\ 1 \leq m < 3 \end{aligned}$$



۳- در بازه (a, b) نمودار تابع $y = -x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$ ، بالاتر از نمودار تابع $y = 2x + |x|$ است. بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

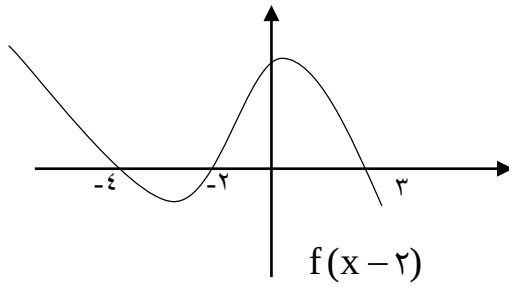
مل : گزینه ۳ صحیح است.

بهترین راه برای حل اینگونه سوالات ترسیم شکل است. پس از ترسیم شکل، برای یافتن نقاط تقاطع که در شکل مشخص شده است، دو معادله زیر را حل می کنیم تا نقاط برخورد بدست آیند.

$$\left. \begin{aligned} x \geq 0 &\rightarrow y = -x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{9}{2} = 3x \rightarrow 2x^2 + 7x - 9 = 0 \rightarrow x = 1, \frac{-9}{2} \xrightarrow{x > 0} x = 1 \\ x < 0 &\rightarrow y = -x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{9}{2} = x \rightarrow 2x^2 + 3x - 9 = 0 \rightarrow x = -3, \frac{3}{2} \xrightarrow{x < 0} x = -3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (-3, 1)$$



۴- شکل رو به رو نمودار تابع $f(x-2)$ است. دامنه تابع با ضابطه $\sqrt{(x-1)f(x)}$ کدام است؟

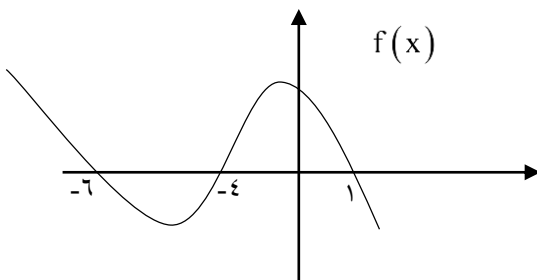


۱) $[-6, -4] \cup \{1\}$ ۲) $[-6, -4] \cup [0, 1]$

۳) $[-4, -2] \cup [1, 3]$ ۴) $[-4, -2] \cup [0, 3]$

پاسخ گزینه ۱ صحیح است.

موضوع این سوال انتقال افقی است. با توجه به نمودار داده شده، برای بدست آوردن نمودار تابع f باید نمودار تابع داده شده را ۲ واحد به سمت چپ منتقل کنیم.



$$\left. \begin{array}{l} x-1 \geq 0 \rightarrow f(x) \geq 0 \rightarrow \{1\} \\ x-1 < 0 \rightarrow f(x) \leq 0 \rightarrow [-6, -4] \end{array} \right\} \rightarrow D_f = [-6, -4] \cup \{1\}$$

۵- در ظرفی ۲ مهره سفید و ۳ مهره سیاه وجود دارد. با افزایش n مهره سفید به ظرف احتمال اینکه از ۲ مهره ای که خارج می کنیم یکی سفید و یکی سیاه باشد $\frac{1}{10}$ کاهش می یابد، n کدام است؟

۴) ۵

۳) ۴

۲) ۳

۱) ۲

گزینه ۳ صحیح است

$$\frac{\binom{n+2}{1} \binom{3}{1}}{\binom{n+5}{2}} - \frac{\binom{2}{1} \binom{3}{1}}{\binom{5}{2}} = -\frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{3(n+2)}{(n+5)(n+4)} - \frac{2 \times 3}{10} = -\frac{1}{10} \Rightarrow \frac{6(n+2)}{(n+4)(n+5)} = \frac{3}{5} - \frac{1}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{(n+2)}{(n+4)(n+5)} = \frac{1}{12} \Rightarrow n^2 + 9n + 20 = 12n + 24 \Rightarrow n^2 - 3n - 4 = 0 \Rightarrow n = 4$$



۶- خطی که از نقطه‌ی $A(-2, 4)$ می‌گذرد و بر خط گذرنده از نقاط $B(5, 0)$ و $C(3, -2)$ عمود است، محور x ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) -۳

جواب: گزینه ۳

$$\begin{aligned} \text{شیب خط عمود بر } BC &= -\frac{1}{m_{BC}} = -\frac{1}{\frac{0 - (-2)}{5 - 3}} = -1 \\ \text{خط } A(-2, 4) &: y - 4 = -1(x + 2) \\ &\rightarrow y = -x + 3 \end{aligned}$$

۷- به ازای چند مقدار صحیح و مثبت m معادله $(m-2)x - 4\sqrt{x} + m + 1 = 0$ فقط یک جواب برای x دارد؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

مل : گزینه ۲ صحیح است.

در معادلات درجه دوم برای آنکه معادله فقط یک جواب داشته باشد، اما در این سوال متغیر زیر رادیکال است. بنابراین یا باید $\Delta = 0$ باشد که در آن صورت باید ریشه بدست آمده مثبت باشد که بتوانیم آن را بپذیریم یا باید معادله یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی داشته باشد که فقط ریشه مثبت آن برای ما قابل قبول خواهد بود. پس داریم:

$$\begin{aligned} (m-2)x - 4\sqrt{x} + m + 1 = 0 &\xrightarrow{\sqrt{x}=t} (m-2)t^2 - 4t + m + 1 = 0 \rightarrow \\ \Delta = 0 &\rightarrow 16 - 4(m-2)(m+1) = 0 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 4 \Rightarrow m^2 - m - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

$$m = -2 \rightarrow -4x - 4\sqrt{x} - 1 = 0 \rightarrow -(2\sqrt{x} + 1)^2 = 0 \quad \text{جواب ندارد}$$

$$m = 3 \rightarrow x - 4\sqrt{x} + 4 = 0 \rightarrow (\sqrt{x} - 2)^2 = 0 \quad \text{ق ق}$$

$$\frac{c}{a} < 0 \rightarrow \frac{m+1}{m-2} < 0 \Rightarrow -1 < m < 2 \Rightarrow m = 0, 1 \quad \text{قابل قبول}$$

$$m = 2 \rightarrow -4\sqrt{x} + 3 = 0 \quad \text{ق ق}$$

$$m = -1 \rightarrow -3x - 4\sqrt{x} = 0 \quad \text{ق ق}$$

علاوه برای اگر این معادله دو ریشه مختلف علامت داشته باشد، معادله اصلی فقط یک جواب خواهد داشت. بنابراین جواب: $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$ که در نتیجه ۳ مقدار صحیح و مثبت m وجود دارد.



۸- شخصی در جواب سوالی که در مورد سنش پرسیده شده بود، جواب داد: "۱۰ سال بعد، سن من توان دوم سنی خواهد بود که ۲۰ سال پیش داشتم"، سن این شخص چقدر است؟

۱۵(۴)

۲۶(۳)

۳۲(۲)

۳۹(۱)

مل : گزینه ۳ صحیح است.

یک روش خوب برای حل این سوالات، استفاده از گزینه هاست. ممکن است امتحان گزینه ها روش سریعتری برای پاسخگویی باشد. برای حل این سوال سن فرد را x در نظر می گیریم. از چیدمان گزینه ها و با توجه به اینکه سن فرد بیشتر از ۲۰ سال است می توان حدس زد که احتمالاً هنگام حل معادله به جواب ۱۵ نیز ممکن است برخورد کنیم. با توجه به اینکه اعداد صورت سوال و گزینه ها همگی عدد صحیح هستند، عددی جواب است که اگر ۱۰ واحد به آن اضافه کنیم مربع کاملی شود که جذر آن با خودش، ۳۰ واحد اختلاف داشته باشد. در نتیجه جواب گزینه ۳ است.

$$x + 10 = (x - 20)^2 \Rightarrow x^2 - 41x + 390 = 0 \Rightarrow (x - 26)(x - 15) = 0 \xrightarrow{x > 20} x = 26$$

۹- در دوزنقه متساوی الساقین ABCD، نقاط M و N وسط ساق ها هستند و قاعده کوچک برابر ۶ و $MN = 9$ و ارتفاع دوزنقه ۴ است. محیط مثلثی که از امتداد ساق ها و بیرون دوزنقه متساوی الساقین به وجود می آید کدام است؟

۲۶ (۴)

۱۸ (۳)

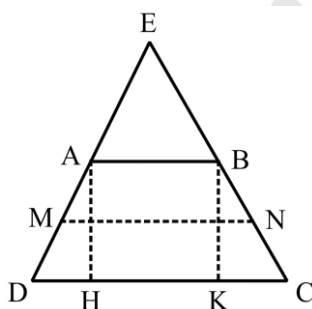
۱۶ (۲)

۱۰ (۱)

جواب: گزینه ۲

می دانیم که به کمک تالس می توانیم نشان دهیم که $MN = \frac{AB + CD}{2}$ در نتیجه:

$$9 = \frac{6 + CD}{2} \Rightarrow DC = 12$$



از A و B عمود می کنیم چون دوزنقه متساوی الساقین است داریم:

$$HK = 6, DH = KC = 3$$

$$\triangle ADH : AD^2 = AH^2 + DH^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow AD = 5$$

$$\triangle DEC : (AB \parallel DC) \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AE}{DE} = \frac{AB}{DC} = \frac{EB}{EC}$$

مثلث AEB متساوی الساقین است.

$$\frac{AE}{DE} = \frac{AB}{CD} = \frac{1}{2} \Rightarrow AE = AD = 5 \quad EB = 5$$

$$\text{محیط مثلث} = AE + EB + AB = 5 + 5 + 6 = 16$$



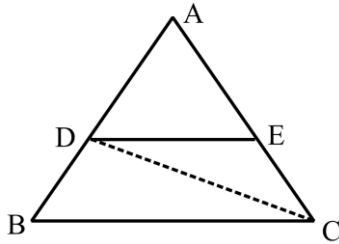


همایش دروس عمومی و اختصاصی

- ✓ همایش های ویژه ماز در تمامی دروس اختصاصی و عمومی (۹ درس)
- ✓ ویژه جمع بندی و مرور نزدیک به روز کنکور
- ✓ برگزاری توسط اساتید کلاس های اصلی و نکته و تست ماز
- ✓ تورق کتاب، نکته های پایانی، تکنیک آزمون کنکور
- ✓ پیش بینی سوالات کنکور
- ✓ شروع همایش ها از ۴ مرداد

در صورتی که برای ثبت نام محصولات ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۲۰۰۰۸۵۸۵ ارسال کنید.

۱۰- اگر در شکل مقابل، $BC \parallel DE$ و $\frac{AE}{EC} = \frac{7}{3}$ باشد، مساحت $\triangle DEC$ چند درصد مساحت $\triangle DBC$ است؟



۴۹ (۲)

۳۰ (۱)

۷۰ (۴)

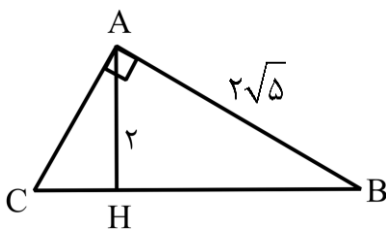
۶۴ (۳)

جواب: گزینه ۴

چون ارتفاعی که از راس C بر قاعده DE وارد می شود برابر است با ارتفاعی که از راس D بر قاعده BC وارد می شود، در نتیجه:

$$\frac{S_{\triangle DEC}}{S_{\triangle DBC}} = \frac{\frac{1}{2} DE \times h}{\frac{1}{2} BC \times h} = \frac{DE}{BC} \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} = \frac{7}{7+3} = \frac{7}{10} = 70\%$$

۱۱- در مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، ارتفاع AH را رسم می کنیم. اگر $AB = 2\sqrt{5}$ و $AH = 2$ باشد نسبت فواصل نقطه H از دو ضلع مثلث قائم الزاویه چقدر است؟



۲ (۲)

$\sqrt{5}$ (۱)

۴ (۴)

$2\sqrt{5}$ (۳)

جواب: گزینه ۲

پس از محاسبه قطعاتی که روی وتر قرار دارد، نسبت آنها برابر ۴ بدست می آید که در نتیجه دو مثلث کوچک نسبت تشابهی برابر ۲ یعنی جذر این اعداد دارند، در نتیجه نسبت فاصله H از دو ضلع زاویه قائمه نیز برابر با ۲ می باشد.

$$\left. \begin{aligned} AH^2 + BH^2 &= AB^2 \Rightarrow 2^2 + BH^2 = (2\sqrt{5})^2 \Rightarrow BH = 4 \\ AB^2 + BH + BC &\Rightarrow 20 = 4 \times BC \Rightarrow BC = 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow CH = 1$$

$$AC = \sqrt{CH \times BC} = \sqrt{1 \times 5} = \sqrt{5}$$



۱۲- اگر $\tan \alpha = 0/4$ باشد، حاصل $\frac{\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha) - 2\cos(\frac{1}{2}\pi - \alpha)}{\sin(\alpha - \pi) - 2\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}$ ، کدام است؟

$-\frac{5}{8}$ (۴)

$\frac{5}{8}$ (۳)

$-\frac{5}{12}$ (۲)

$\frac{5}{12}$ (۱)

جواب: گزینه ۳

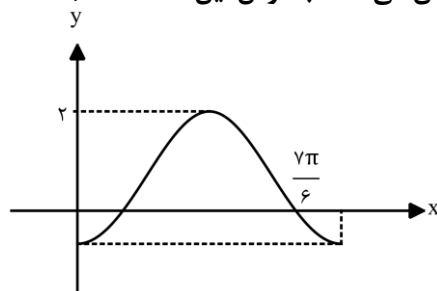
$$\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha) = -\cos \alpha, \cos(\frac{1}{2}\pi - \alpha) = \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin(\alpha - \pi) = -\sin \alpha, \sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha) = -\cos \alpha$$

حاصل به صورت زیر خلاصه می شود:

$$\frac{\cos \alpha}{-\sin \alpha + 2\cos \alpha} = \frac{1}{2 - \tan \alpha} = \frac{1}{2 - 0/4} = \frac{1}{1/6} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

۱۳- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $f(x) = a \sin(x - b)$ را نشان می دهد. با فرض این که $0 < b < \pi, a > 0$



باشد $f(\frac{4\pi}{3})$ کدام است؟

-1 (۲)
 $-\sqrt{3}$ (۴)

1 (۱)
 $\sqrt{3}$ (۳)

جواب: گزینه ۲

بیشترین مقدار تابع با ضابطه $f(x) = a \sin(x + b)$ برابر $|a|$ است، پس با توجه به شکل و این که a عددی مثبت است، داریم

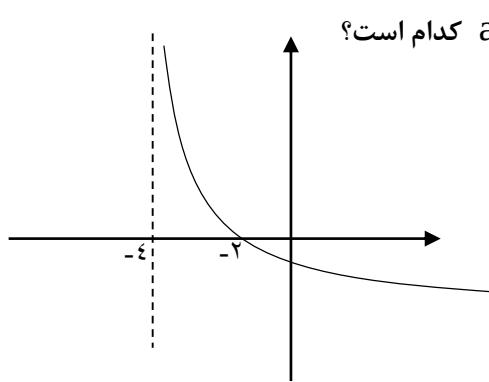
$a = 2$ از طرفی:

$$f(\frac{7\pi}{6}) = 0 \Rightarrow 2\sin(\frac{7\pi}{6} - b) = 0 \Rightarrow \sin(\frac{7\pi}{6} - b) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{7\pi}{6} - b = k\pi \Rightarrow b = -k\pi + \frac{7\pi}{6}; k \in \mathbb{Z} \xrightarrow{0 < b < \pi} b = \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow f(x) = 2\sin(x - \frac{\pi}{6}) \rightarrow f(\frac{4\pi}{3}) = 2\sin(\frac{4\pi}{3} - \frac{\pi}{6}) = -1$$





۱۴- نمودار تابع $y = a - \log_2(x + b)$ به صورت مقابل است، مقدار $a - b$ کدام است؟

۲ (۱) $-2(2)$

۳ (۳) $-3(4)$

جواب : گزینه ۴ صحیح می باشد.

از نمودار تابع مشخص است که دامنه تابع اعداد بزرگتر از -4 است و در نتیجه مقدار b قابل محاسبه است. و چون در نقطه -2 مقدار تابع برابر صفر می شود، مقدار a بدست می آید.

$$D_f = (-4, +\infty) \Rightarrow x > -4 \Rightarrow x + 4 > 0 \Rightarrow b = 4$$

$$f(-2) = 0 \Rightarrow a - \log_2 2 = 0 \Rightarrow a = 1$$

۱۵- اگر $3^{2x-3y} \times 9^{x+2y} = \left(\frac{1}{27}\right)^{-6}$ باشد، حاصل $\log_4(y - x)$ کدام است؟

۱ (۱) $\frac{1}{2}$ $1(2)$ $\frac{3}{2}(3)$ $3(4)$

جواب : گزینه ۳ صحیح می باشد

$$\left. \begin{aligned} \log_3(4x+1)(y-1) &= \log_3 81 \rightarrow (4x+1)(y-1) = 81 \\ 3^{2x-3y} \times 3^{2x+4y} &= 3^{18} \rightarrow 4x+y = 18 \rightarrow (4x+1) + (y-1) = 18 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} 4x+1=9 \\ y-1=9 \end{cases} \Rightarrow x=2, y=10$$

$$\log_4(y-x) = \log_4 8 = \log_{2^2} 2^3 = \frac{3}{2}$$



۱۶- به ازای کدام مقدار a تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \frac{6}{x} & 0 < x < a \\ 5 - x & a \leq x \end{cases}$ همواره پیوسته است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۲ یا ۳ (۴) هیچ مقدار a

جواب: گزینه ۳

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{6}{x} = \frac{6}{a}$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} (5 - x) = 5 - a$$

$$f(a) = \lim_{x \rightarrow a^+} (5 - x) = 5 - a$$

$$\frac{6}{a} = 5 - a \rightarrow 5 - a = \frac{6}{a}$$

$$a^2 - 5a + 6 = 0 \rightarrow (a - 2)(a - 3) = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = 3 \end{cases}$$

۱۷- دو سکه و یک تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال این که لاقل یکی از پیشامدهای (فقط یک سکه «رو» یا (عدد تاس بزرگتر از ۲ باشد) اتفاق بیافتد کدام است؟

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{1}{3}$

جواب: گزینه ۲

لاقل معادل با احتمال اجتماع دو پیشامد است.

$$P(A) = P(\text{فقط یک رو}) = \binom{2}{1} \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$P(B, A) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{4}{6} - \frac{1}{2} \times \frac{4}{6} = \frac{5}{6}$$

۱۸- اگر احتمال وقوع A یا B برابر $0/68$ و احتمال وقوع A برابر $0/52$ باشد، آنگاه احتمال وقوع B' به شرط وقوع A' برابر کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{2}{3}$

جواب: گزینه ۴

$$P(A \cup B) = 0/76$$

$$P(A) = 0/52$$

با توجه به داده‌های مسئله داریم:

$$P(B' | A') = \frac{P(A' \cap B')}{P(A')} = \frac{P((A \cap B)')}{P(A')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(A)}$$

حال به خواسته مسئله می‌پردازیم:

$$\frac{1 - 0/68}{1 - 0/52} = \frac{0/32}{0/48} = \frac{2}{3}$$



۱۹- اگر ۱۲ داده‌ی آماری را دو برابر کرده و سپس ۵ واحد از هر کدام کم کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید، $\frac{3}{5}$ برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی می‌شود. مجموع داده‌های قبلی کدام است؟

۴۲ (۴)

۳۵ (۳)

۲۱ (۲)

۱۵ (۱)

جواب: گزینه ۴

ضریب تغییرات جدید CV_2 ضریب تغییرات قبلی CV_1

اگر میانگین داده‌های اصلی $\bar{X}$ و انحراف معیار σ باشد، آن‌گاه:

$$CV_1 = \frac{\sigma}{\bar{X}} \quad CV_2 = \frac{2\sigma}{2\bar{X} - 5}$$

$$CV_2 = 3/5 CV_1 \Rightarrow \frac{2\sigma}{2\bar{X} - 5} = \frac{3}{5} \times \frac{\sigma}{\bar{X}}$$

$$\Rightarrow 4\bar{X} = 14\bar{X} - 35 \Rightarrow \bar{X} = \frac{35}{10} = 3.5$$

$$\frac{\sum x_i}{N} = \bar{X} \Rightarrow \sum x_i = N \times \bar{X} = 12 \times 3.5 = 42$$

۲۰- اگر $g(x) = \frac{3}{3-x}$ ، $g(f(x)) = \frac{2}{x+3}$ مقدار $f(2)$ کدام است؟

$-\frac{9}{2}$ (۴)

$\frac{7}{2}$ (۳)

$\frac{9}{2}$ (۲)

$-\frac{7}{2}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ صحیح است

$$\left. \begin{aligned} g(f(2)) &= \frac{2}{5} \\ g(f(2)) &= \frac{3}{3-f(2)} \end{aligned} \right\} \frac{3}{3-f(2)} = \frac{2}{5} \Rightarrow 15 = 6 - 2f(2) \Rightarrow f(2) = -\frac{9}{2}$$

۲۱- ضابطه وارون تابع $y = x^2 + 4x + 3$ با شرط $x \leq -2$ کدام است؟

$-2 - \sqrt{x+1}; x \geq -1$ (۲)

$-2 - \sqrt{-x-1}; x \leq -1$ (۱)

$-2 + \sqrt{x+1}; x \geq -1$ (۴)

$-2 + \sqrt{-x-1}; x \leq -1$ (۳)

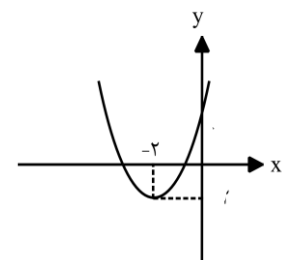
جواب: گزینه ۲

در این سوال با محدود کردن دامنه تابع شاخه نزولی تابع درجه دوم برای معکوس کردن داده شده است. در حل این سوال نقطه حساس زمانی است که می‌خواهیم جذر بگیریم که باید به علامت توجه کنیم.

$$y = x^2 + 4x + 3 = x^2 + 4x + 4 - 1 = (x+2)^2 - 1 \Rightarrow y+1 = (x+2)^2$$

$$\sqrt{\quad} \rightarrow \sqrt{y+1} = |x+2| \xrightarrow{x \leq -2} \sqrt{y+1} = -(x+2)$$

$$\Rightarrow x = -2 - \sqrt{y+1} \Rightarrow f^{-1}(x) = -2 - \sqrt{x+1}$$



نمودار تابع $y = x^2 + 4x + 3$ به شکل فوق است. با توجه به نمودار، برد تابع $y \geq -1$ است که همان دامنه f^{-1} می‌شود.



۲۲- جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $2\sin^2 x + 3\cos x = 0$ ، کدام است؟

(۱) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳) $2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$ (۴) $k\pi - \frac{\pi}{3}$

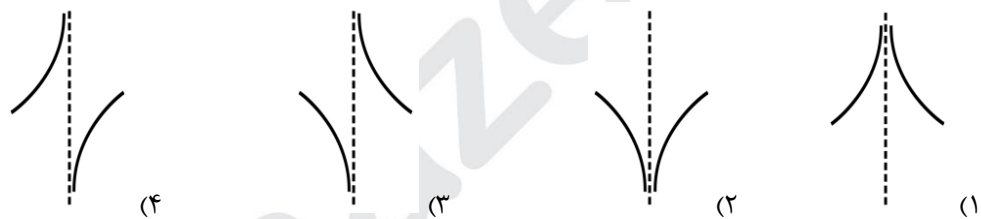
جواب: گزینه ۱

$$2\sin^2 x + 3\cos x = 2(1 - \cos^2 x) + 3\cos x = 2 - 2\cos^2 x + 3\cos x = 0$$

$$\rightarrow 2\cos^2 x - 3\cos x - 2 = 0$$

ق ق
 $\Delta = 9 + 16 = 25$ $\cos x = \frac{3 \pm 5}{4} = 2, -\frac{1}{2}$ $\cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$
 غ ق ق

۲۳- نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4x + 4}$ در همسایگی خط $x = 2$ چگونه است؟



جواب: گزینه ۴

برای ساده کردن این عبارت کافی است که صورت و مخرج را تجزیه کنیم و عامل مشترک را حذف کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \frac{x-3}{x-2} = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} y = \frac{x-3}{x-2} = +\infty \Rightarrow$$

۲۴- اگر حد کسر $\frac{ax - \sqrt{6x+4}}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}$ وقتی $x \rightarrow +\infty$ برابر ۲ باشد، آنگاه حد این کسر وقتی $x \rightarrow 2^-$ کدام است؟

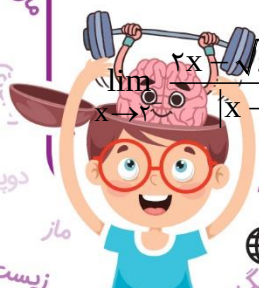
(۱) ۱ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $-\frac{5}{4}$ (۴) -۱

جواب: گزینه ۳

در این سوال باید توجه کرد که عبارت مربع کامل در رادیکال مخرج را ابتدا به صورت قدرمطلق بنویسیم و تعیین علامت کنیم و پس از آن از هویتل استفاده کنیم. زیرا وقتی زیر رادیکال صفر می شود، استفاده از هویتل بی فایده است.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{ax}{|x|} = a = 2 \Rightarrow a = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x - \sqrt{6x+4}}{|x-2|} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x - \sqrt{6x+4}}{-x+2} \xrightarrow{\text{Hop}} \frac{2 - \frac{6}{2\sqrt{6x+4}}}{-1} \xrightarrow{x \rightarrow 2^-} -\frac{5}{4}$$



۲۵- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 2 & ; x > -2 \\ x^3 & ; x \leq -2 \end{cases}$ در نقطه $x = -2$ مشتق پذیر باشد، a کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{7}{2}$ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) $-\frac{7}{2}$

جواب: گزینه ۴

شرط لازم مشتق پذیری، پیوسته بودن تابع در $x = -2$ است.

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 2 & x > -2 \\ x^3 & x \leq -2 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2ax + b & x > -2 \\ 3x^2 & x < -2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 4a - 2b + 2 = -8 \\ -4a + b = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -2 \\ a = -\frac{7}{2} \end{cases}$$

۲۶- اگر $f(x) = (x^2 + 3x - 4)(x + \sqrt{x})$ باشد، $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ برابر کدام گزینه است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۶ (۴) ۱۰

جواب: گزینه ۴

می دانیم $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1)$ و $x^2 + 3x - 4$ عامل صفر است. بنابراین تنها از عامل صفر مشتق گرفته در مابقی ضرب می کنیم.

$$f'(x) = (2x + 3)(x + \sqrt{x}) \xrightarrow{x=1} f'(1) = 5 \times 2 = 10$$

۲۷- اگر تابع f در $x = 4$ مشتق پذیر و $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) + 5}{x - 4} = -1$ باشد، آنگاه مشتق $\frac{f(2x)}{x}$ در $x = 2$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

جواب: گزینه ۳

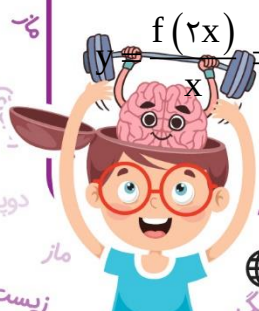
باتوجه به این که مخرج صفر حدی می شود و حاصل حد نیز یک عدد است بنابراین این حد، حتماً حد مبهم $\frac{0}{0}$ است.

$$f(4) + 5 = 0 \Rightarrow f(4) = -5$$

$$\xrightarrow{HOP} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f'(x)}{1} = f'(4) = -1$$

بنابراین برای محاسبه از هوییتال استفاده می کنیم و این همان تعریف مشتق است.

$$f(2x) \Rightarrow y' = \frac{2f'(2x)x - f(2x)}{x^2} \xrightarrow{x=2} y' = \frac{4f'(4) - f(4)}{4} \Rightarrow y' = \frac{-4 + 5}{4} = \frac{1}{4}$$



۲۸- نقاط بحرانی بر روی نمودار تابع $f(x) = (2x - 4)|x^2 - x - 2|$ سه رأس مثلثی هستند، مساحت این مثلث کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۲ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

جواب: گزینه ۳

۱- و $x = 2$ نقاط بحرانی می باشند، برای تعیین نقطه‌ی بحرانی دیگر از تابع مشتق می گیریم: (برای تعیین $f' = 0$ می توانیم قدرمطلق را برداریم.)

$$f(x) = 2(x - 2)|x + 1||x - 2| \rightarrow f(x) = 2(x + 1)(x - 2)^2$$

$$\rightarrow f'(x) = 4(x + 1)(x - 2) + 2(x - 2)^2$$

$$\Rightarrow 2(x - 2)(3x) = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow S = \frac{1}{2}(8 \times 3) = 12$$

۲۹- بیشترین مقدار تابع $f(x) = \frac{1}{x^4 - 2x^2 + 2}$ کدام است؟

۲ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

۱ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

جواب: گزینه ۲

ابتدا مخرج کسر را بررسی می کنیم. مخرج کسر یک عبارت همواره مثبت است. در نتیجه بیشترین مقدار این کسر به ازای کمترین مقدار مخرج کسر بدست می آید.

$$y = x^4 - 2x^2 + 2 \rightarrow y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x = -1, 0, 1$$

x	-1	0	1
y	-	+	-
	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$

min max min

کمترین مقدار مخرج کسر $y(-1) = y(1) = 1$ است. بنابراین بیشترین مقدار این کسر ۱ خواهد بود.

۳۰- در یک مخروط قائم حاصل جمع ارتفاع و قطر قاعده ۱۲ می باشد. اگر حجم مخروط بیشینه باشد، ارتفاع مخروط چقدر است؟

$\sqrt{6}$ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

جواب: گزینه ۳

نکته: حجم مخروطی به شعاع قاعده‌ی r و ارتفاع h برابر است با: $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$2r + h = 12 \Rightarrow h = 12 - 2r \quad V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi r^2 (12 - 2r) = \frac{\pi}{3}(12r^2 - 2r^3)$$

$$V' = \frac{\pi}{3}(24r - 6r^2) = 0 \Rightarrow r = 4 \Rightarrow h = 4$$



برای اولین بار در کشور، مصاحبه با تمام رتبه های زیر صد
کنکور سال گذشته و منابعی که استفاده می کردند

...برای مشاهده کلیک کنید...

تک رقمی های کنکور تجربی ۹۸ از چه تاریخی مازی بودند؟

امیرضا بسکابادی		رتبه ۶	۱۳۹۲/۱۰/۰۵
ایزد مهر احمدی نژاد		رتبه ۱	۱۳۹۲/۰۲/۰۷
گلسمصباحی		رتبه ۷	۱۳۹۵/۰۷/۰۳
محسن راستکار		رتبه ۲	۱۳۹۸/۰۲/۲۱
ریحانه فرخی		رتبه ۸	۱۳۹۲/۰۸/۱۵
فرهنگ امیری		رتبه ۳	۱۳۹۲/۰۶/۰۹
سیاوش کیانپور		رتبه ۹	۱۳۹۲/۰۷/۱۸
رسا ظفری		رتبه ۴	۱۳۹۲/۱۰/۱۸
سید مهدی زارع زاده		رتبه ۱۰	۱۳۹۲/۱۱/۲۱
محمد رضا ارشد صوفیانی		رتبه ۵	۱۳۹۲/۰۵/۲۰
امیر حسام زارع		رتبه ۱۰	۱۳۹۶/۰۶/۰۲

 www.biomaze.ir



#ماز_به_کسی_نگو!

  @biomaze

در صورتی که برای ثبت نام محصولات ماز به راهنمایی نیاز دارید، عدد ۲۰ را به سامانه ۰۸۵۸۵۰۰۰ ارسال کنید.